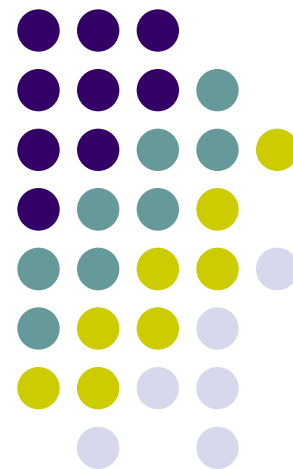
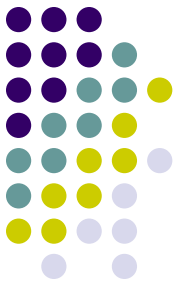


**ПРЕДСТАВЛЕНИЕ
ЗНАНИЙ:**

**ЛОГИЧЕСКАЯ
МОДЕЛЬ**

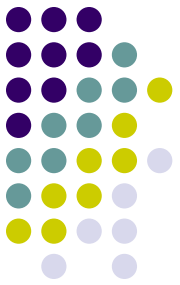


СОДЕРЖАНИЕ



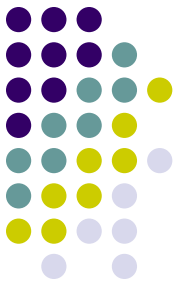
1. Логическая модель: формулы и вывод
2. Этапы ПЗ на основе языка предикатов (ЯП)
 - Сигнатура – Формулы – Анализ
3. Сложности ПЗ в логической модели
 - Особенности логических связей, ограничения ЯП
4. Достоинства и недостатки логической модели
 - Декларативность логического ПЗ
 - Монотонность логического вывода, обработка негативной информации
5. Примеры ПЗ в логической модели
6. Заключение
7. Домашнее задание и упражнения

ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ: ФОРМУЛЫ



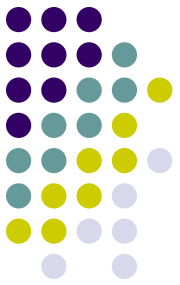
- Единица знания – формула формальной системы, с заданной интерпретацией символов сигнатуры ИП: предметных постоянных, функциональных и предикатных символов (определяются в конкретной ПО).
- Знания ПО записываются в виде набора формул теории, рассматриваемых как множество аксиом.
- Этот набор – **База Знаний**, причем
 - экстенсиональная часть: формулы без переменных
parent (Tom, Ann)
 - интенциональная часть: формулы с переменными
 $\forall x \forall y \exists z (woman(x) \wedge parent(z, y) \wedge parent(z, x) \rightarrow sister(x, y))$
- Тогда с помощью правил вывода можно получать новые формулы (теоремы) – производные знания в отличие от исходных знаний (аксиом).

ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ: ВЫВОД



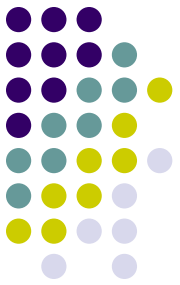
- Базовая операция обработки знаний – операция логического вывода.
- Задача обработки знаний формулируется также в виде формулы и сводится к ее доказательству из аксиом.
- Аксиомы описывают свойства объектов ПО, а доказываемая формула – утверждение, которое
 - ❖ часто трактуется как вопрос о существовании объектов с определенными свойствами, и поэтому
 - ❖ содержит переменные, обозначающие искомые объекты, например, в Прологе: *? sister (X, nick).*
- В результате успешного доказательства определяются значения этих переменных – объекты (сущности) ПО, которые обладают нужными свойствами.

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗНАНИЙ В ЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ: ЭТАПЫ



1. Выбор сигнатуры ИП: $E_1 \cup E_2 \cup E_3$
и задание интерпретации всех ее составляющих
(привнесение конкретного смыслового содержания)
2. Запись формул в фиксированной сигнатуре,
отражающих факты и логические условия ПО
3. Логический анализ полученного набора формул (БЗ)
 - В реальности это итеративный процесс,
на любом этапе возможен возврат (неоднократный)
на предшествующие этапы
 - На первом этапе: отнесение всех сущностей ПО
(объектов, свойств, отношений, процессов, явлений,
ситуаций) по компонентам сигнатуры

ЭТАП 1: ВЫБОР СИГНАТУРЫ



Зафиксировать сигнатуру теории, определив:

- Область D сущностей/объектов ПО (*универсум*)
- Предметные постоянные – имена основных объектов данной ПО (не все объекты обязаны быть поименованы)
- Функциональные символы – функциональные связи между объектами ПО, т.е. отображения $f: D^n \rightarrow D$
- Предикатные символы, задающие отношения между объектами на области D

В итоге – неформальная семантика: сигнатура задает структурные связи между сущностями ПО

- Термы (константы и выражения на основе функциональных символов) представляют сущности описываемого мира
- Предикаты представляют свойства (атрибуты) этих сущностей и их отношения

ЭТАП 2: СОСТАВЛЕНИЕ ФОРМУЛ



Запись формул в выбранной сигнатуре, которые отображают факты, закономерности, ограничения, которым удовлетворяют сущности ПО и их связи.

Примеры формул: *parent (Tom, Ann)*

$$\forall x \forall y \exists z (woman(x) \wedge parent(z, y) \wedge parent(z, x) \rightarrow sister(x, y))$$

Составленные формулы – аксиомы ПО

Формально, две части знания о ПО:

- Структурные связи между сущностями ПО представлены предикатами и функциями сигнатуры
- Логические связи задаются формулами, записанными в этой сигнатуре

ЭТАП 3: АНАЛИЗ ФОРМУЛ



Исследование ПЗ, полученного на этапах 1, 2 :

- Семантический анализ – проверка соответствия между миром (ПО) и его логической моделью
- Логический анализ набора формул-аксиом (частично может быть сделан автоматизированно):
 - Выполнимость аксиом: существует хотя бы одна интерпретация (модель)?
 - Избыточность набора формул: есть ли среди них такая, что её можно исключить, не изменяя множества возможных интерпретаций
 - Недостаточность формул: допускают ли они нежелательные интерпретации

Ошибки могут быть критичными, что требует коррекции формул и даже смены сигнатуры (итеративность ПЗ)

ПРИМЕР: МИР ЛЮДЕЙ И ОТНОШЕНИЙ



$D = H$ – множество людей

Родственные отношения:

Сигнатура: постоянные – *Глеб, Тина*
предикаты – *Отец, Мужчина*

Формулы: *Отец (Глеб, Тина)*
 $\forall x \forall y (Отец(x, y) \rightarrow Мужчина(x))$

Учеба в университете: $D = H +$ целые числа

Сигнатура: постоянные – *Абрамов, Сидоров*
функции – *курс*
предикаты – *Научный_руководитель,*
Студент, Старший

Формулы: *Научный_руководитель (Абрамов, Сидоров)*
 $\forall x (Студент(x) \wedge Старший(курс(x)) \rightarrow$
 $\exists y Научный_руководитель(y, x))$

ПРИМЕРЫ: ПЛАНИМЕТРИЯ



- D – множество точек плоскости

Через 2 различные точки плоскости всегда можно провести (и единственную?) прямую

Сигнатура: предикаты: neq и $Line$ (образовать линию)

Формула: $\forall x \forall y (neq(x, y) \rightarrow Line(x, y))$

ИП: отсутствует предикат равенства/неравенства, и если он необходим, то должен быть добавлен в сигнатуру.

- D – множество точек и линий на плоскости

Произвольные три точки, не лежащие на одной прямой, образуют треугольник

Сигнатура: предикаты – $Point$, $Line$, $Triangle$, $Belong$

$\forall x, y, z (Point(x) \wedge Point(y) \wedge Point(z) \wedge (\neg \exists s (Line(s) \wedge Belong(x, s) \wedge Belong(y, s) \wedge Belong(z, s))) \rightarrow Triangle(x, y, z))$

Здесь нет постоянных и экстенциональной части БЗ

ЭТАП 1: ОСОБЕННОСТИ



Неоднозначность выбора сигнатуры:

- Для практически любой ПО сигнатура может быть выбрана несколькими различными способами.

Критерий? Адекватность решаемым задачам

- Выбор для представления сущности:
постоянная / предикат / функция?

отец / Отец (Глеб, Тина) / отец (Тина)

- Константа может быть именем понятия/класса/типа, если не важны его разновидности, подтипы, например: *$\forall x$ (Соблюдать (x , Закон))*

- В сигнатуре могут отсутствовать предметные постоянные и/или функциональные символы:

функционально-свободная сигнатура

ЭТАП 2 : СЛОЖНОСТИ



Проблемы отображения логических связей

Источником знаний часто выступает текст на ЕЯ

- Нечеткость ЕЯ-текста, подлежащего формализации, требуется выявление предполагаемой информации, например:

Выпускники факультета иностранных языков владеют тремя языками (включая русский)

$D = H + \text{ЕЯ}$

Сигнатура – постоянные: *русский*

предикаты: *Говорить, Выпускник, neq*

$$\forall x \exists r \exists r (\text{Выпускник}(x) \rightarrow \text{Говорить}(x, \text{русский}) \wedge$$
$$\text{Говорить}(x, r) \wedge \text{Говорить}(x, r)$$
$$\wedge \text{neq}(r, \text{русский}) \wedge \text{neq}(r, \text{русский}) \wedge \text{neq}(p, r))$$

- Ограничения языка предикатов первого порядка
- Несоответствия логических связок и союзов ЕЯ

ОСОБЕННОСТИ ЛОГИЧ. СВЯЗОК



Неточное соответствие ЕЯ союзов *или, и, если ... то* определениям логических операций $\wedge, \vee, \rightarrow$ есть возможный источник ошибок при ПЗ

- Логическая дизъюнкция неразделительная, т.е. ее аргументы могут быть одновременно истинными, а в ЕЯ исключающее и неисключающее *или* используются одинаково часто

Каждый человек – мужчина или женщина

$\forall x (\text{человек}(x) \rightarrow (\text{мужчина}(x) \vee \text{женщина}(x)))$ – неверно?

Для выражения «исключающего или» потребуется формула вида $(p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q)$

- Аналогичная проблема с логическим следствием $\rightarrow$, которое определяется как $\neg p \vee q$ – оно истинно, если p ложно (q м.б. истинно или ложно), но в реальной жизни в этом случае $p \rightarrow q$ («если ... то») не определено!

ОГРАНИЧЕНИЯ ЯЗЫКА ПРЕДИКАТОВ ПЕРВОГО ПОРЯДКА



В ЕЯ могут быть выражения, которым нельзя найти прямого соответствия в языке первого порядка (получается формула более высокого порядка)

- **Случай 1** (предикат внутри предиката)

Матери Глеба нравится, что он читает поэзию

Сигнатура: постоянные – *Глеб, Поэзия* ; функция – *мать*
предикаты – *Нравиться(кому, что);*
Читать (кто, что)

Нравиться (мать(Глеб), Читать(Глеб, Поэзия))

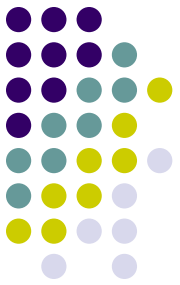
Возможное решение: "соединение" предикатов в один

Нравиться (кому, что, в ком) + другая постоянная

Тогда: *Нравиться (мать(Глеб), Читать_поэзию, Глеб)*

- **Случай 2** (квантор по предикату)

ОГРАНИЧЕНИЯ ЯЗЫКА ПЕРВОГО ПОРЯДКА: СЛУЧАЙ 2



Квантор по предикату: $\exists Rel \ Rel \ (Глеб, Егор)$
Между Глебом и Егором есть родственная связь

Как выразить на языке первого порядка?

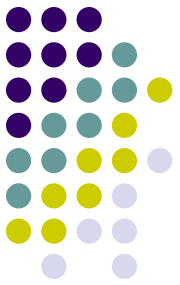
- Способ 1: если множество $\{Rel\}$ (родственных) отношений фиксировано и ограничено, то предикат второго порядка можно разложить на группу предикатов первого порядка:
 $Сын \ (Глеб, Егор) \vee Отец(Глеб, Егор) \vee Дядя(Глеб, Егор) \vee Брат(Глеб, Егор) \vee \dots$
- Способ 2: ввести более общий предикат с доп. аргументом:
 $Родст_связь \ (вид \ связи, x, y) + константы, например:$
 $Родст_связь \ (Отец, Глеб, Тина)$
Тогда $\exists z \ Родст_связь \ (z, Глеб, Егор)$
- ❖ Выразительные возможности ЯП достаточно велики, необходим адекватный выбор сигнатуры

РАЗНОВИДНОСТИ ИП



- **Многосортное ИП**
 - Разбиение множества предм. констант на различные непересекающиеся подмножества с разным смыслом – **сорта** (типы) объектов: *Планиметрия – Точки $\cup$ Линии $\cup$...*
Тогда есть: сорта термов, равенство односортных термов
 - Классическое ИП можно считать односортной логикой; сорта в нем могут быть введены одноместными предикатами, т.е. примерно та же выразительность языка
 - МИП не решает проблемы эффективности логического вывода
- **Функционально свободное ИП**
 - Снимает проблемы, связанные с равенством объектов, более эффективный вывод
 - Но эквивалентно ИП с точки зрения принцип. выразительности (перевод n -местной функции в $(n+1)$ -местный предикат)
- **Дескриптивные логики**: ориентированы именно на ПЗ, более существенные ограничения выразительности

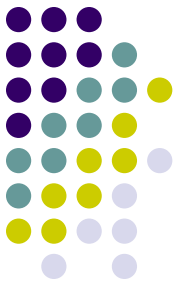
ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ: ДЕКЛАРАТИВНОСТЬ



Для логич. модели, как декларативного ПЗ характерно:

- Разделение знаний на
 - ❖ предметно-ориентированные формулы/утверждения
 - ❖ универсальные процедуры их обработки– на основе предположения о независимости декларативных утверждений от использующих их процедур
- Относительная независимость формул друг от друга, возможность разнообразного использования одних и тех же утверждений
- Важное достоинство декларативного представления – простота модификации **БЗ, как набора формул**
- Главный недостаток декларативного представления – неэффективность универсальных процедур обработки

ДЕКЛАРАТИВНОСТЬ Vs ПРОЦЕДУРНОСТЬ



- Два противоречивых обстоятельства при ПЗ:
 - независимость (единиц) знаний друг от друга
 - согласованность знаний как единого целого
- В мире есть значительное количество явлений, знания о которых удобно представить в виде процедур, и весьма трудно – чисто декларативно (например, эвристики).
- Процедурное представление – более гибкий способ выражения взаимодействия между единицами знания, но при этом сложнее реализовать модификацию знаний.
- ❖ В целом: неполнота знаний о мире не позволяет любые сущности и явления описывать в виде процедур, а сильная связанность некоторых ситуаций и процессов не позволяет адекватно описать их чисто декларативно.

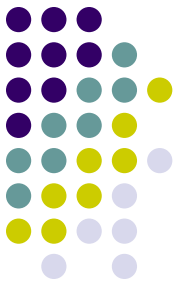
ДОСТОИНСТВА ЛОГИЧ. МОДЕЛИ



ПЗ на основе языка предикатов первого порядка:

- Изученность и обоснованность аппарата математической логики, ее семантики и синтаксиса
- Наличие мощного механизма формального логического вывода/доказательства
(метод резолюций и его модификации):
 - полнота формального вывода
 - универсальность (независимость от ПО)
- Экономичность ПЗ: возможность вывода знаний за счет интенциональной (понятийной) части БЗ
- Естественная организация (на основе логич. вывода) контроля целостности и непротиворечивости БЗ
- Простота пополнения и модификации БЗ

НЕДОСТАТКИ ЛОГИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ



- Сложности перевода знаний на язык предикатов
- Громоздкость, плохая читаемость формул: большое число кванторов, термов, скобок ухудшает их понимание
- **Плоская БЗ**: нет средств структурирования и агрегирования знаний в БЗ
- Очень сложно представлять в этой модели проблемно-ориентированное процедурное знание
- Неэффективность механизма вывода: свойство полноты вывода имеет смысл только при наличии достаточного количества времени и памяти

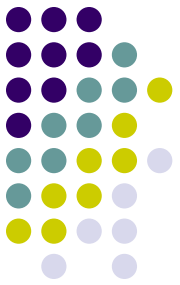
ЛОГИЧЕСКИЕ НЕДОСТАТКИ



Чисто логические недостатки ПЗ на основе ИП:

- Возможность вывода новых знаний из известных аксиом относительна: в дедуктивных системах выводимы только общезначимые формулы
- **Монотонность** логического вывода
- Ограничения в работе с **негативной информацией**
- Нет возможности обрабатывать **противоречивую и неполную** информацию (например, исключения из правил и т.п.)
- ❖ Логические методы ПЗ хороши для небольших по объему и простых по структуре ПО, при переходе к сложным задачам они становятся малоэффективными

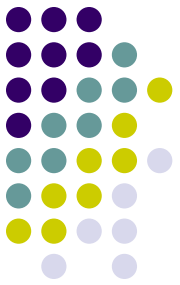
ОГРАНИЧЕНИЯ ЛОГИЧЕСКОГО ВЫВОДА: МОНОТОННОСТЬ



Мышление человека богаче его дедуктивной формы:
Дедуктивный логический вывод не соответствует природе рассуждений, основанных на здравом смысле

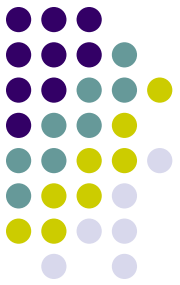
- **Монотонность вывода:** любая доказанная формула (теорема) сохраняет в дальнейшем свой статус истинности, поэтому множество доказанных формул (утверждений, фактов) монотонно возрастает.
- Тем самым не возможен отказ от умозаключения, если становятся известными дополнительные факты, знания.

ОГРАНИЧЕНИЯ ВЫВОДА: НЕПОЛНОТА И ПРОТИВОРЕЧИЯ



- Недопустимость противоречий, причем изначально – в аксиомах (т.к. из противоречивых фактов всегда может быть выведен любой факт).
- Однако исследования в области ИИ и психологии выявили принципиальную противоречивость человеческих знаний
- «Любая система аксиом, пытающаяся выразить знания человека о мире, неизбежно оказывается противоречивой» (ИИ: гипотеза **К. Хьюита**).
- Кроме того, знания человека принципиально неполны, а применяемые механизмы рассуждения позволяют использовать неполные знания.

ОСОБЕННОСТИ ОБРАБОТКИ НЕГАТИВНОЙ ИНФОРМАЦИИ



Трудности обработки ложных утверждений

Два способа задания ложной информации:

- Явное задание, с помощью логического отрицания:
$$\forall x \exists y (parent(x, y) \wedge \neg \exists z parent(z, x)) \rightarrow patriarch(x)$$
- Неявное задание: применение при выводе некоторых дополнительных законов, в частности:
 - ❖ Правило однозначности (функциональности)
$$\forall x \forall y (mother(x, y) \rightarrow \neg \exists z (mother(z, y) \wedge neq(z, x)))$$
 - ❖ Правило полноты, замкнутости (гипотеза):
Любой факт, который не истинен, ложен.
- Язык Пролог: используются оба способа,
Недоказанное утверждение считается ложным.

ПРОЛОГ: ОСОБЕННОСТИ ОТРИЦАНИЯ



- Если цель не м.б. достигнута, то она считается ложной: `?- woman(alice) . => no`
– если об **alice** нет фактов в БЗ о родственных связях
- Такая трактовка ложности утверждения основана на предположении (гипотезе) о **замкнутости мира**.
- Встроенный предикат **not** реализует отрицание как безуспешное выполнение:
not (G) доказуемо, если цель **G** не может быть доказана.
- Предикат **not** – ограниченная форма отрицания, не в точности соответствует отрицанию в математич. логике.
- Возможно непрямое доказательство истинности, что иногда не соответствует реальности:
`?- not (woman(alice)) . => yes`
`?- not (man(alice)) . => yes`

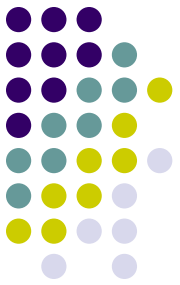
ГИПОТЕЗА ЗАМКНУТОСТИ МИРА



CLA : Closed Word Assumption

- **Замкнутый (полный) мир:** все что существует в мире (ПО), либо описано в виде аксиом, либо может быть из них выведено, все остальное – не истинно, и, следовательно, истинно его отрицание.
 - ❖ Это предположение используется не только в Прологе, но и в БД при ответе на вопросы (БД считаются информационно полными)
- Логика предикатов первого порядка, обычный подход: предположение об **открытом мире**: если утверждение не доказано, отсюда вовсе не следует, что оно ложно (БЗ может быть недостаточно полна)

ЛОГИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ: ПРИМЕР БАЗЫ ЗНАНИЙ



Пролог: БЗ по родственным отношениям

Функционально свободная сигнатура: *parent(x,y)*, *man(x)*, *woman(x)*, *marriage(x,y)*, *grandparent(x,y)*, *uncle(x,y)* и т.п.
+ константы – имена людей (*Unique name Assumption*)

Аксиомы:

- Базовые отношения *parent(x,y)*, *man(x)*, *woman(x)*, *marriage(x,y)* определены экстенционально: фактами без переменных: ***parent(tom, sue)*** . ***man(tom)*** .
- Производные отношения *grandparent(x,y)*, *uncle(x,y)*,... определены интенционально: пролог-правилами, позволяющими распознавать родственные связи и получать новые факты на основе логического вывода:
grandparent(X,Y) :- parent(X,Z), parent(Z,Y) .
- ❖ Интенциональная часть БЗ – существенное отличие от БД

ЕЩЕ ПРИМЕР ПЗ (не ПРОЛОГ)



Из теории ошибок (один из разделов мерфологии)

- 1) В программе всегда есть ошибка.
- 2) Если в программе все-таки нет ошибок, то это ненужная программа.
- 3) Программист может найти ошибку только в чужой программе.
- 4) Если компилятор не нашел ошибку в программе, значит, ошибка в компиляторе.

- Область *D* – программы, программисты, компиляторы, ошибки (программные)

- Сигнатура – предикаты (констант и функций нет)

Программа(x) , *Прогр_ошибка(x)* , *Программист (x)* ,
Компилятор(x), *Бесполезный(x)* ,
Принадлежать(что, чему/кому) , *Найти(кто, что, где)*

ПРИМЕР ПЗ: ФОРМУЛЫ



- 1) $\forall r (\text{Программа}(r) \rightarrow \exists e \text{ Прогр_ошибка}(e) \wedge \text{Принадлежать}(e, r))$
- 2) $\forall r (\text{Программа}(r) \wedge \neg \exists e (\text{Прогр_ошибка}(e) \wedge \text{Принадлежать}(e, r)) \rightarrow \text{Бесполезный}(r))$
- 3) $\forall x \forall e \forall r (\text{Программист}(x) \wedge \text{Прогр_ошибка}(e) \wedge \text{Программа}(r) \wedge \text{Принадлежать}(e, r) \wedge \text{Найти}(x, e, r) \rightarrow \neg \text{Принадлежать}(r, x))$
(здесь трактовка «чужой» = не принадлежит)

Вопросы:

- Нет ли противоречий в наборе формул?
- Запись утверждения 4) ?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ



- Рассмотрена логическая модель, которая может быть охарактеризована как **декларативно-процедурный** метод ПЗ.
- Логика предикатов первого порядка рассматривается как базовый формальный язык ПЗ, эталон выразительной мощности, основа для сравнения других моделей ПЗ, семантического и логического анализа представленных в них знаний.
- Ограничения логической модели стимулировали исследование **эвристических моделей** ПЗ, учитывающих когнитивные единицы человеческого мышления и способы представления процедурного знания.

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ № 1



Формализация и представление знаний в логической модели на основе языка предикатов первого порядка

- Для связного русского текста из 5-9 предложений (примерно абзац) естественнонаучной, деловой или публицистической прозы представить заключенные в тексте знания в виде набора формул языка предикатов первого порядка (не на Прологе), определив для этого соответствующую сигнатуру. /5-6 баллов/
- Текст выбирается самостоятельно, индивидуально.
Примеры: отрывки из энциклопедий, газетных статей, книг, интернет-новостей.
- Срок выполнения – 2 недели (вплоть до 3 марта).
- Сдавать задание в письменном/распечатанном виде, можно письмом на nadezda.v.gruzdeva@gmail.com
- Замечания: Обязательный компонент – сигнатура теории

Учесть: в логике сложно выражать временные отношения

УПРАЖНЕНИЯ по ПЗ



ПО: мир людей, высказывание:

Глеб обещал матери передать книгу Егору

Сигнатура: постоянные – *Глеб, Егор*, функция – *мать*

предикаты – *Обещать* (кто, что, кому),

Передать (кто, кому, что)

Обещал(Глеб, мать(Глеб), Передать(Глеб, Егор, Книга))

Как изменить сигнатуру, чтобы получить формулу первого порядка? (несколько способов)

ПО: учеба на ВМК

- В каждой группе не более 26 студентов
- В каждой группе есть ровно один староста
- Каждый студент без троек получает стипендию

ПО: стереометрия

- Через любые три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну
- Через прямую и точку вне ее можно провести плоскость, и притом только одну